

RD-2 RTIGE-OPM-YB-02.12 Amas ouverts

Yannick Boissel

19 avril 2013

Table des matières

I	Introduction	2
0.1	Ajouts depuis la version 11	3
0.2	Ajouts depuis la version 10	3
0.3	Ajouts depuis la version 9	3
0.4	Ajouts depuis la version 8	3
0.5	Ajouts depuis la version 7	3
0.6	Ajouts depuis la version 6	3
0.7	Ajouts depuis la version 5	3
0.8	Ajouts depuis la version 4	3
0.9	Ajouts depuis la version 3	4
0.10	Introduction	4
II	Catalogue d’amas ouverts	5
0.11	Comment le catalogue est fabriqué	6
0.11.1	Préparatifs	6
0.11.2	Algorithme	6
0.12	Utilisation du catalogue	7
0.12.1	Marche à suivre	7
0.12.2	Montrer l’évolution des étoiles	10
0.13	Autres domaines de longueur d’onde	11
0.14	Rayon apparent d’un amas	11
III	Simulation d’amas ouverts : étoiles discernables	12
0.15	Loi de distribution	13
0.15.1	Introduction	13
0.15.2	Loi de distribution de la densité	13
0.15.3	Loi de distribution des vitesses	14
0.16	Préparation	14
0.16.1	Ségrégation de masse et concentration centrale	14
0.16.2	Limite de visibilité des étoiles	14
0.16.3	Contrainte sur le diagramme isochrone	15
0.17	Amas sans ségrégation de masse	16
0.17.1	Tirage des positions et paramètres intrinsèques	16
0.17.2	Méthode pour une portion d’amas ($D \lesssim R_T$)	17
0.17.3	Tirage des vitesses individuelles	17
0.18	Amas avec ségrégation de masse	18
0.18.1	Loi de Plummer avec ségrégation de masse	18
0.18.2	Tirage d’étoiles	19

Première partie

Introduction

0.1 Ajouts depuis la version 11

- Passage à 2999 bandes de 1nm dans les spectres.
- Mise à jour des noms de fichiers dans le texte.

0.2 Ajouts depuis la version 10

- Ajout de l'historique des modifications
- Correction dans l'algorithme de tirage d'étoiles : tirage uniforme dans une boule au lieu de sur une sphère.

0.3 Ajouts depuis la version 9

- Ajout d'un paragraphe dans 0.18.2 *Tirage d'étoiles*.

0.4 Ajouts depuis la version 8

- Ajout des valeurs de la colonne "rayon de marée" dans le catalogue d'amas ouverts
- Ajout de la méthode de simulation des étoiles dans un amas ouvert

0.5 Ajouts depuis la version 7

- Toutes les informations et méthodes concernant le catalogue d'amas ouverts a été transféré dans ce contenu.
- Cela inclue le nouveau format du catalogue.
- Les informations concernant la simulation des étoiles à l'intérieur d'un amas ont été supprimées dans cette version (elles sont toujours conservées dans la version 07), en attendant la mise en place de la nouvelle méthode (à la volée, au lieu de la lecture de catalogues).
- Le journal de bord a été transféré dans le contenu 09 : "Journal de bord".
- Les données ont été transférées dans le contenu 10 : "Base de données astrophysiques".

0.6 Ajouts depuis la version 6

- Réorganisation de la base de données de filtres. La loi d'extinction est maintenant dans le dossier 'Spectres', et la base de données de filtres se trouve dans l'archive "Simulation d'instruments".
- **Erreur corrigée dans les cubes de diagramme HR : il y a 353 âges de 6.60 à 10.12, et non 354.**

0.7 Ajouts depuis la version 5

Passage des bandes photométriques aux spectres continus et filtres.

0.8 Ajouts depuis la version 4

Nouveau catalogue d'amas ouverts construit à partir du modèle de galaxie de Françoise Combes et Paola DiMatteo. Il figure désormais dans l'archive "Milieu interstellaire". Voir documents "Étoiles du champ" et "Milieu interstellaire". Cette archive ne contient donc que les infos pour simuler un amas ouvert. Pour l'instant, les modèles d'amas ne proposent que 2 masses totales différentes. Mais il va nous en falloir 5 à l'avenir, car le catalogue d'amas ouvert en donne 5. Voir document "Milieu interstellaire".

0.9 Ajouts depuis la version 3

Les positions des amas dans le catalogue sont maintenant données par rapport au centre de la Galaxie.

0.10 Introduction

Dans la simulation des amas ouverts, il faut distinguer deux choses :

- La simulation des amas ouverts à grande échelle : fabrication d’amas à partir de la répartition des étoiles jeunes dans le disque (particules hybrides de GALMER).
- La simulation des étoiles dans les amas : tirages d’étoiles à la volée suivant des lois de distributions.

Ce document fait référence aux données présentes dans les dossiers suivants :

- **'Catalogues_amas\Amas_ouverts'** : le catalogue d’amas ouverts.
- **'Parametres_stellaires'** : les trois sous-dossiers pour les métallicités $Z = 0.005, 0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03$.
- **'Filtres'** : les filtres instrumentaux.

Deuxième partie

Catalogue d'amas ouverts

0.11 Comment le catalogue est fabriqué

0.11.1 Préparatifs

On connaît la masse totale d'étoiles nouvelles à chaque modèle à partir des particules hybrides gaz/étoiles du modèle GALMER, (autrement dit, la masse totale d'étoiles de chaque classe d'âge pour tous les modèles). Comme dans la réalité, on peut alors rassembler ces étoiles en amas, selon la densité locale de gaz ou de ces étoiles, connaissant la fonction de masse initiale des amas ouverts (ICMF) (c'est une fonction qui donne la proportion d'amas de chaque classe de masse qui naissent à un moment donné). La proportion d'amas par classe de masse est :

$$\frac{dN}{dM} \propto M^\alpha \quad (1)$$

avec $\alpha = -2$, en prenant M entre 5×10^1 et $5 \times 10^5 M_\odot$. Je lis dans Larsen 2009 qu'il naît un amas de $10^5 M_\odot$ dans une galaxie en 10^7 ans, et un amas de $10^6 M_\odot$ dans une galaxie en 5×10^{10} ans. Il paraît donc raisonnable de fixer la limite supérieure de masse de 5×10^5 .

J'ai tout d'abord fait pour chaque modèle de Galaxie l'histogramme 3D des masses de nouvelles étoiles. Cela donne une carte 3D de la masse disponible pour fabriquer des amas. Il y aura plus d'amas là où la masse d'étoiles est dense, et également c'est là que les amas les plus lourds auront plus de chance de se trouver. Cette carte comporte $60 \times 100 \times 100$ cases, 60 dans la direction perpendiculaire au plan du disque (z), réparties entre -3000 et 3000 kpc en z , et -25000 et 25000 kpc en x et y . Les cases mesurent donc $100 \times 500 \times 500$ pc. Appelons cette carte "cube".

Je déclare également deux autres cubes, vides, de même taille que "cube", appelés "cuberef" et "cubefull". Le premier donnera à chaque instant pour chaque case la quantité de masse déjà utilisée par un ou plusieurs amas. Le second indiquera à chaque instant quelles sont les cases pleines, c'est-à-dire celles dans lesquelles il n'est plus possible de placer même l'amas le plus léger ($50 M_\odot$) sans que cette masse ajoutée au total donné par "cuberef", dépasse la masse initialement disponible de la case donnée par "cube". "cubefull" indique 0 pour une case non-pleine, 1 pour une case pleine. Une case est définie comme pleine dès lors qu'il y a plus de place pour le plus petit amas, soit $50 M_\odot$.

0.11.2 Algorithme

1) Je fais une boucle sur la classe d'âge, autrement dit sur le numéro de modèle GALMER, de 01 à 25. Je lis le fichier GALMER de particules hybrides correspondant. Il me permettra d'avoir les positions spatiales des particules.

2) Je tire une masse d'amas selon une probabilité donnée par la loi de l'équation (1). Les amas de petite masse sont donc tirés plus souvent que ceux de masse plus grande.

3) Je tire une case dans la grille $60 \times 100 \times 100$ par un mécanisme de rejet afin d'avoir plus de chances de tirer une case de "cube" contenant beaucoup de masse. Ce tirage est fait parmi les cases données commas non-pleines par "cubefull".

4) Je compare la masse de l'amas tiré et la masse de la case dans "cuberef" (nulle au départ, puis elle se remplit avec des amas jusqu'à approcher celle donnée par "cube"). Selon différents cas, si la masse tirée est plus petite que celle de "cuberef", je valide l'amas et j'ajoute sa masse à "cuberef", sinon, j'étale la masse de l'amas dans les cases alentour selon un algorithme d'étalement 3D. Dans les cas où le placement de l'amas est impossible, par exemple si la masse de l'amas est plus grande que "cube"-"cuberef", mais si un petit amas pourrait rentrer ("cubefull"=0), alors je ne valide pas l'amas, et je procède à un nouveau tirage d'amas et de case, et je compte "n_echec"=1. Si l'opération est réussie, alors je mets "n_echec"=0. Si après avoir placé l'amas, des cases sont devenues pleines, je définis pour elles "cubefull"=1. Ainsi, à chaque nouvelle itération, je garde trace de la masse déjà placée dans "cuberef", et les cases pleines dans "cubefull" ce qui me permet de limiter le nombre de cases à choisir pour les itérations suivantes (point 3)).

5) Si l'amas est placé, alors je l'associe à une particule hybride hôte. Cela lui confère une position spatiale précise, qui évolue avec le temps, en fonction des déplacements de la particule hôte suivant les modèles GALMER successifs. Je choisis la particule parmi celles situées dans la case tirée en 3).

Chaque particule ne peut être associée qu'à un seul amas par classe d'âge, soit au maximum 25 amas. Afin de favoriser l'apparition de grappes d'amas ouverts, je garde mémoire des particules déjà utilisées par un amas pour cette classe d'âge. Ainsi, lorsque je choisis la particule hôte, je peux utiliser celle qui est la plus proche de la position moyenne des particules déjà utilisées dans la boîte. Cela produit une agglutination des amas.

6) L'algorithme s'arrête lorsque "n_echec"=50. C'est-à-dire lorsque l'algorithme a échoué 50 fois à placer n'importe quel amas dans l'ensemble des cases non-pleines encore à disposition. Ou encore, lorsque l'algorithme a 50 fois échoué à tirer un amas de $50 M_{\odot}$ pour finir de remplir les cases presque pleines qui pouvaient rester (c'est la limite avant que l'on définisse "cubefull"=1).

7) Si l'algorithme s'arrête, ensuite, je cherche les cases qui ne sont pas pleines après la fin de l'algorithme. Je leur donne arbitrairement une masse de $10 M_{\odot}$.

8) La portion de catalogue correspondant à cette classe d'âge est écrite sur le disque, puis on passe à la classe d'âge suivante, et on renouvelle les opérations **1)** à **7)**.

Avec cette méthode je constitue les 25 catalogues 'RTIGE_2013_OC_catalogue_##.dat' fournis dans cette archive. Plus de détails sont donnés dans le document "Algorithmes et méthodes de simulation" que je fournirai bientôt.

0.12 Utilisation du catalogue

0.12.1 Marche à suivre

Continuons les explications en prenant comme instant présent le modèle 25.

1) Définir l'instant présent dans la simulation. Prenons comme instant présent le modèle 25.

2) Lire les 25 catalogues d'amas ouverts. Il faut afficher les amas de l'ensemble des catalogues.

3) Chaque portion de catalogue ne contient que les particules associées à un amas. Chaque fichier contient 5 colonnes :

- 0. rang de la particule hôte
- 1. masse initiale (en M_{\odot})
- 2. nombre total d'étoiles initial
- 3. métallicité Z
- 4. rayon de marée initial (en **pc**)

Selon la distance d'observation et la résolution de l'instrument utilisé, définir une masse limite en-dessous de laquelle les amas n'ont pas besoin d'être représentés sous formes de sprites, mais plutôt comme un fond diffus.

Les amas plus gros sont représentés sous forme de sprites lorsque leur rayon apparent est plus petit qu'un voxel. Restons dans ce cas pour cette partie du document.

3) Une fois déterminé l'apparence de chaque amas, il faut en calculer la luminosité. Voici les étapes à suivre :

– **Nombre d'étoiles d'un amas :**

Pour chaque amas il est donné le nombre total d'étoiles initial N_{ini} , c'est-à-dire le nombre d'étoiles à sa naissance, soit pour un âge de 0. Pour chaque amas, je l'ai calculé à partir du premier diagramme isochrone du cube correspondant à la métallicité de l'amas. Ce nombre d'étoiles ne change pas avec le temps. Par contre, le nombre total d'étoiles *émettrices de lumière* diminue avec le temps, car les étoiles les plus massives deviennent des trous noirs ou des étoiles à neutrons, qui n'apparaissent pas dans les diagrammes isochrone.

Les diagrammes isochrone fournis incluent cette perte de nombre d'étoiles avec le temps. Chaque case est calculée comme étant la fraction des 1 millions d'étoiles mises au départ qui a les paramètres ($Log10(L_{bol}), Log10(Te)$). Une fois normalisés, ils donnent donc la probabilité qu'une étoile tirée tombe dans une case, ou bien en dehors du diagramme. Ainsi, on pourrait avoir le

nombre d'étoiles "émettrices de lumière" N_{act} à un âge a en faisant la somme des valeurs des cases, multipliée par N_{ini} :

$$N_{act} = N_{ini} \times \sum_{j=0}^{nb_{cases}} iso_j \quad (2)$$

j est l'indice de la case iso_j du diagramme isochrone d'âge a , et nb_{cases} est le nombre de cases non-vides de ce diagramme isochrone.

Mais N_{act} est une variable intermédiaire dont on n'aura pas besoin pour un amas vu de loin (apparaissant comme un point). En revanche on en aura besoin pour un amas vu de près.

Pour information, voici comment est calculé N_{ini} pour un amas (**ce calcul n'a pas besoin d'être refait**) :

a) Le programme lit le diagramme isochrone d'âge 0 et de la métallicité Z de l'amas

b) Il faut "normaliser" le diagramme isochrone. Les diagrammes sont calculés à partir d'un ensemble de 10^6 étoiles, et les proportions d'étoiles sont données en log10, puis multipliées par 1000. On a donc :

$$Iso_{norm} = \frac{10^{Iso/1000}}{10^6} \quad (3)$$

Cette modification est faite uniquement pour les cases non-vides. (Les autres doivent afficher 0).

c) La masse moyenne d'une étoile de l'amas se calcule ainsi :

$$M_{moy} = \left[\sum_{j=0}^{nb_c^*} \frac{10^{n_j/1000}}{10^6} \times m_j \right] \quad (4)$$

nb_c^* est le nombre de cases non vides du diagramme isochrone Iso_i . n_j est la valeur de la case j du diagramme isochrone Iso_i non normalisé. m_j est la valeur de la case j de la carte de masse de métallicité Z_{Iso_i} . Cette carte de masse est présente dans le fichier 'RTIGE_2012_star_params_z#.dat' correspondant à la métallicité Z de l'amas.

d) Le nombre total d'étoiles de cette classe d'âge est :

$$N_{ini} = \frac{M_{totini}}{M_{moy}} \quad (5)$$

M_{totini} est la masse totale initiale de l'amas.

– Âge d'un amas :

Le numéro des fichiers de catalogue donnent la *classe d'âge* C_a des amas. Autrement dit, il donne le numéro de modèle GALMER à partir duquel il s'est formé. Pour avoir l'âge proprement dit, il faut définir l'instant présent de la simulation. Si on considère le modèle GALMER le plus évolué comme étant la Galaxie actuelle, alors tous les amas de classe d'âge 25 ont un âge de 0. En pratique, on leur donne un âge $a = 6.6$ en Log10(années), car c'est le premier âge disponible dans les diagrammes HR.

Les modèles GALMER sont séparés de 50 Myr. Cela implique que les classes d'âge correspondent à :

C_a	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
a	9.08	9.06	9.04	9.02	9.00	8.98	8.95	8.93	8.90	8.88	8.85	8.81	8.78
i_{HR}	247	246	244	242	240	237	235	232	230	227	224	221	217
a_{Myr}	1200	1150	1100	1050	1000	950	900	850	800	750	700	650	600
C_a	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
a	8.74	8.70	8.65	8.60	8.54	8.48	8.40	8.30	8.18	8.00	7.70	6.60	
i_{HR}	214	209	205	200	194	187	179	170	157	140	109	0	
a_{Myr}	550	500	450	400	350	300	250	200	150	100	50	4	

On peut donc connaître l'âge d'un amas si le présent est fixé au modèle 25. Pour un présent fixé pour un modèle moins évolué, par exemple, 3 modèles avant le modèle 25, soit le modèle 22, il

suffit de décaler les colonnes du tableau de 3 crans pour avoir les âges des amas.

– **Spectre d’un amas :**

Pour calculer le spectre d’un amas, on va avoir besoin de trois choses : N_{ini} , l’âge a de l’amas et sa métallicité Z qui est donnée dans la colonne 3. des fichiers du catalogue.

a) D’abord il faut lire le diagramme HR correspondant à a et Z . Pour l’âge a , il faut lire la tranche i_{HR} du cube de diagrammes HR.

b) Repérer les cases non-vides de ce diagramme et leurs coordonnées.

c) ”Normaliser” le diagramme HR (appelons-le iso_a pour ”isochrone” d’âge a). Ils sont calculés à partir d’un ensemble de 10^6 étoiles, et les proportions d’étoiles sont données en log10, puis multipliées par 1000. On a donc :

$$Iso_{a_{norm}} = \frac{10^{Iso_a/1000}}{10^6} \quad (6)$$

Faire attention à faire cette modification uniquement pour les cases non-vides. (Les cases qui étaient vides au départ doivent afficher 0. En effet, la puissance de 10 leur donnerait une valeur > 0).

d) Lire le cube de spectres correspondant à Z (fichier ’RTIGE_18042013_spectracube_z#.dat’).

e) Multiplier chaque spectre par la valeur de la case correspondante du diagramme HR. Le spectre s’annule alors pour les cases vides du diagramme HR.

f) Faire la somme des spectres du cube ainsi modifié, et la multiplier par N_{ini} . On obtient alors le spectre global de l’amas.

On peut résumer ces trois dernières étapes par :

$$L_{\lambda_{tot}} = \left[\sum_{j=0}^{nb_c} Iso_{a_{norm}_j} \times L_{\lambda_j} \right] \times N_{ini} \quad (7)$$

nb_c est le nombre de cases du diagramme HR $Iso_{a_{norm}}$. L_{λ_j} est le spectre associé à la case j de $Iso_{a_{norm}}$, dont la valeur est $Iso_{a_{norm}_j}$. Enfin $L_{\lambda_{tot}}$ est le spectre global de l’amas.

– **Extinction :**

Le calcul de l’extinction sur la ligne de visée est expliqué dans le document 04 ”Milieu inter-stellaire”. Il conduit à obtenir le coefficient $k_{ext\lambda}$, qui est fonction de la longueur d’onde λ . Les valeurs sont entre 0 et 1. Ce ”filtre” donne la proportion de flux lumineux qui parvient à l’observateur pour des petites bandes $\Delta\lambda$ de longueur d’onde de 1 nm entre 1 et 2999 nm.

Il faut multiplier $L_{\lambda_{tot}}$ par $k_{ext\lambda}$ pour appliquer l’extinction au spectre global de l’amas.

– **Choix de l’instrument :**

a) On choisit ensuite un instrument d’observation. La méthode décrite ici concerne la simulation de la vision humaine, mais on peut la transposer à Hubble ou à un instrument travaillant dans l’infrarouge ou l’ultraviolet. (Voir document 08 ”Simulation d’instruments”). Les couleurs sont perçues par l’être humain à l’aide des cellules cônes de la rétine. On connaît leur bande passante. Il s’agit de trois pics, un dans le bleu, le filtre ’RTIGE_18042013_Eye_S.filter.dat’, un dans le vert, le filtre ’RTIGE_18042013_Eye_M.filter.dat’, et un dans le rouge, le filtre ’RTIGE_18042013_Eye_L.filter.dat’. Ces fichiers comportent deux colonnes, la première étant la longueur d’onde dans le format habituel, la seconde la transmission allant de 0 à 1. Soit les transmissions τ_S , τ_M et τ_L de ces filtres. La luminosité globale dans les trois couleurs, pour l’amas est alors :

$$L_{rouge_{tot}} = \left[\sum_{\lambda=1}^{\lambda=2999} L_{\lambda_{tot}} \times k_{ext\lambda} \right] \times \tau_L \quad (8)$$

$$L_{vert_{tot}} = \left[\sum_{\lambda=1}^{\lambda=2999} L_{\lambda_{tot}} \times k_{ext\lambda} \right] \times \tau_M \quad (9)$$

$$L_{bleu_{tot}} = \left[\sum_{\lambda=1}^{\lambda=2999} L_{\lambda_{tot}} \times k_{ext_{\lambda}} \right] \times \tau_S \quad (10)$$

Enfin, il faut convertir ces luminosités qui sont en L_{\odot} , en flux lumineux reçu par l'observateur en $W.m^{-2}$ ou ADU. On a alors pour un observateur placé à la distance d de l'objet, et en prenant celle-ci en m et la luminosité en W ($1L_{\odot} = 3.826 \times 10^{26}W$) :

$$F_{rouge_{tot}} = \frac{L_{rouge_{tot}}}{4\pi d^2} \quad (11)$$

$$F_{vert_{tot}} = \frac{L_{vert_{tot}}}{4\pi d^2} \quad (12)$$

$$F_{bleu_{tot}} = \frac{L_{bleu_{tot}}}{4\pi d^2} \quad (13)$$

b) Le choix de l'instrument peut comporter également un choix de temps de pose dans chaque filtre. (Voir document 08.01 "Simulation d'instruments"). Le flux lumineux reçu est l'énergie reçue par seconde et par m^2 de récepteur. Pour une pose de 10 secondes, il faut alors multiplier ce flux par 10 pour avoir l'énergie reçue par m^2 . Une fois décidé du temps de pose pour chaque filtre, il suffit donc de faire :

$$F_{rouge_{totpose}} = F_{rouge_{tot}} \times T_{rouge} \quad (14)$$

$$F_{vert_{totpose}} = F_{vert_{tot}} \times T_{vert} \quad (15)$$

$$F_{bleu_{totpose}} = F_{bleu_{tot}} \times T_{bleu} \quad (16)$$

c) Enfin le choix de l'instrument peut faire intervenir un choix de résolution spatiale. En supposant la résolution du logiciel infinie, il suffit de multiplier l'image finale dans chaque filtre par la fonction sinus cardinal correspondant à l'ouverture de l'instrument. (Voir document 08 "Simulation d'instruments").

4) Tout est maintenant en place pour afficher le catalogue d'amas ouverts.

0.12.2 Montrer l'évolution des étoiles

Avec le contenu fourni, il est possible de simuler la galaxie ou un ensemble d'étoiles avec un certain âge. On peut aussi faire évoluer des amas dans le temps en sautant d'un diagramme isochrone à l'autre. On peut également faire vieillir ou rajeunir des étoiles individuelles.

Cas d'un amas pour lequel les étoiles sont indiscernables

Voici la méthode pour faire passer un amas d'un âge a_1 à un âge a_2 :
Il suffit de recalculer sa luminosité en gardant N_{ini} mais en utilisant le diagramme HR correspondant à l'âge a_2 . Pour simuler une galaxie plus jeune, il faut comme on l'a vu plus haut décaler les âges des classes d'âges et ignorer les classes d'âges plus jeunes (modèles plus évolués) que celle prise comme instant présent. Pour marier l'évolution des amas et l'évolution de la Galaxie, voir le document 03 "Étoiles de champ".

Cas d'un amas pour lequel des étoiles sont discernables

Voici la méthode pour faire passer une étoile d'un âge a_1 à un âge a_2 :

- 1) Simuler un ensemble d'étoiles avec l'un des algorithmes donnés dans la section précédente.
- 2) Soit une étoile ayant pour âge a_1 . On connaît sa masse grâce à la carte de masse. Lire le diagramme isochrone correspondant à l'âge a_2 .
- 3) Trouver les cases non-vides dans cet histogramme. Lire les cases correspondantes dans la carte de masse.

4) Chercher dans les masses sélectionnées la masse la plus proche de celle de l'étoile choisie. Retenir les $\log_{10}(L_{bol})$ et $\log_{10}(Te)$ correspondant à cette masse dans le diagramme isochrone associé à l'âge a_2 , ainsi que les autres paramètres stellaires correspondant à cette case dans les autres cartes si nécessaire, et calculer sa luminosité à partir de son spectre, de l'extinction et des filtres simulant l'instrument d'observation.

0.13 Autres domaines de longueur d'onde

Il est possible de représenter un objet céleste composé d'étoiles et de gaz et/ou poussière dans n'importe quel domaine de longueur d'onde entre 1 nm et 2999 nm. Il suffit pour cela de simuler le bon instrument en choisissant les filtres adaptés (voir document 08 "Simulation d'instruments"). Les couleurs seront alors de fausses couleurs, à choisir de façon esthétique et/ou de façon à ce que l'aspect à mettre en valeur par ce changement de domaine de longueur d'onde soit bien visible.

0.14 Rayon apparent d'un amas

On a besoin du rayon apparent d'un amas pour le représenter dans le logiciel, lorsqu'il est vu de loin, lorsqu'il apparaît comme ponctuel.

Dans les fichiers de catalogue on trouve le rayon de marée R_T de l'amas. Il se calcule ainsi :

$$R_T = \left(\frac{M_{OC}}{M_{gal}(d \leq D)} \right)^{1/3} \quad (17)$$

D est la distance de l'amas au centre galactique. d est la distance d'un objet donné au centre galactique. M_{OC} est la masse initiale de l'amas. $M_{gal}(d \leq D)$ est la masse totale de la galaxie pour $d \leq D$. C 'est la distance au centre de l'amas à partir de laquelle les étoiles ne sont plus liées par gravité à l'amas. Une étoile s'échappe de l'amas si sa distance au centre de l'amas dépasse R_T .

On va déterminer le rayon apparent de l'amas à partir du rayon de marée. Le rayon apparent de l'amas est le rayon de la sphère englobant l'ensemble des géantes bleues de l'amas. Voici comment on procède pour un amas :

1) Tirer au hasard l'état de ségrégation de masse : avec ou sans ségrégation de masse. Si l'amas présente une ségrégation de masse, les étoiles les plus lourdes sont au centre de l'amas. On ne sait pas dire actuellement quels sont les mécanismes qui font que cette ségrégation a lieu ou non, et quelle est la proportion des amas qui la présentent, donc on prend 1 amas sur 2.

2) Tirer au hasard une valeur de concentration centrale entre ces deux valeurs : $c = 0.3$ ou $c = 0.8$. Ce sont les deux valeurs les plus souvent mesurées sur les amas visibles depuis la Terre. Voir partie suivante.

3) Si l'amas présente une ségrégation de masse, alors les géantes bleues sont au centre de l'amas, et le rayon apparent est le rayon de coeur R_c :

$$R_c = \frac{R_T}{10^c} \quad (18)$$

4) Si l'amas ne présente pas de ségrégation de masse, alors les géantes bleues sont dans tout l'amas, et le rayon apparent est le rayon de marée R_T .

Troisième partie

Simulation d'amas ouverts : étoiles discernables

0.15 Loi de distribution

0.15.1 Introduction

Pour représenter les étoiles dans un amas, en les tirant à la volée selon les besoins il faut savoir plusieurs choses :

- Si l’amas présente une ségrégation de masse ou non. On ne sait pas dire actuellement quels sont les mécanismes qui font que cette ségrégation a lieu ou non, et quelle est la proportion des amas qui la présentent, donc on prend 1 amas sur 2.
- Quel est son rayon de marée et son rayon de coeur. On prend au hasard une valeur de concentration centrale entre ces deux valeurs : $c = 0.3$ ou $c = 0.8$. Ce sont les deux valeurs les plus souvent mesurées sur les amas visibles depuis la Terre.
- Quelle est la limite de visibilité d’une étoile n’est à la distance de l’observateur à l’amas.
- Quel est le nombre d’étoiles actuel N_{act} présentes dans l’amas (nombre qui varie avec l’âge).

0.15.2 Loi de distribution de la densité

Pour représenter les étoiles dans un amas, on utilise aujourd’hui la loi de King. Cependant, elle nécessite d’intégrer des choses pour chaque étoile tirée, et n’est donc pas adaptée pour le temps réel. On va donc utiliser une loi de densité d’étoiles plus ancienne mais plus simple : la loi de Plummer. Elle est aussi moins réaliste, mais ce sera suffisant pour ce que l’on veut faire. Ce sera dans tous les cas plus réaliste que de répartir les étoiles uniformément dans une sphère. La densité volumique d’étoiles $\rho(r)$ suivant la distance r au centre de l’amas est alors :

$$\rho(r) = \frac{3M_{amas}}{4\pi R_c^3} \left(1 + \frac{r^2}{R_c^2}\right)^{-5/2} \quad (19)$$

$\rho(r)$ est aussi définie comme :

$$\rho(r) = dM/dV \quad (20)$$

dV étant un élément de volume de l’amas.

L’amas étant approximativement une sphère on peut écrire que $dV = 4\pi r^2 dr$ (car $V = 4/3\pi r^3$) et donc on peut convertir $\rho(r)$ en la masse totale d’étoiles dM de masse m qui est répartie dans une coquille de rayon r et d’épaisseur dr :

$$dM(r) = 4\pi r^2 dr \rho(r) \quad (21)$$

La loi de Plummer est définie pour des étoiles ayant toutes la même masse m . Autrement dit la masse d’une étoile n’est pas liée à sa position dans l’amas selon cette loi. Lorsque l’on ne doit pas simuler de ségrégation de masse, cela ne pose aucun problème. Par contre dans le cas où l’amas présente une ségrégation de masse, il faudra modifier la loi. On verra cela dans un second temps.

On peut alors changer ce dM en dN , le nombre total d’étoiles qui est réparti dans une coquille de rayon r et d’épaisseur dr :

$$dN(r) = 4\pi r^2 dr \rho(r) \times \frac{1}{m} \quad (22)$$

Il faut donc définir la résolution radiale dr de la simulation de l’amas, i.e. l’intervalle minimal entre deux valeurs de r tirées.

$$dN(r) = \frac{4\pi r^2 dr}{m} \times \frac{3M_{amas}}{4\pi R_c^3} \left(1 + \frac{r^2}{R_c^2}\right)^{-5/2} \quad (23)$$

C’est sous cette forme de la loi de Plummer que l’on va travailler.

0.15.3 Loi de distribution des vitesses

Le modèle de Plummer donne aussi une loi de distribution des vitesses, qui dépend aussi du rayon :

$$F(r, v) = \frac{3.2^{7/2}}{7\pi^3} \times \frac{R_c^2}{G^5 M_{amas}^4} \times m^{5/2} \times \left[- \left(\frac{1}{2} v^2 + \phi(r) \right) \right]^{7/2} \quad (24)$$

G est la constante gravitationnelle : $G = 6.67384 \times 10^{-11} \text{ m}^3.kg^{-1}.s^{-1}$. m est la masse d'une étoile. Dans le modèle de Plummer elle est identique pour toutes les étoiles de l'amas. En pratique on répartit les masses aléatoirement aux différentes étoiles dont on a tiré les positions, en fonction de la répartition donnée par le diagramme isochrone. Dans cette expression on trouve aussi l'énergie totale d'une étoile de l'amas :

$$E = \left(\frac{1}{2} m v^2 + m \phi(r) \right) \quad (25)$$

Enfin, $\phi(r)$ est l'énergie potentielle par unité de masse d'une étoile de l'amas :

$$\phi(r) = - \frac{G M_{amas}}{R_c} \left(1 + \frac{r^2}{R_c^2} \right)^{-1/2} \quad (26)$$

Une fois qu'on a tiré un rayon r , on peut obtenir la vitesse v de l'étoile en la tirant selon la loi de distribution $F(v)$.

0.16 Préparation

0.16.1 Ségrégation de masse et concentration centrale

Les deux premières choses à faire lorsqu'on veut simuler un amas, c'est :

- **Tirer au hasard l'état de ségrégation de masse : avec ou sans ségrégation de masse.**
- **Tirer au hasard une valeur de concentration centrale entre ces deux valeurs : $c = 0.3$ ou $c = 0.8$.**

On a déjà dû le faire pour afficher le catalogue d'amas avec les rayons apparents des amas.

0.16.2 Limite de visibilité des étoiles

Puis, il faut voir quelles sont les étoiles qui vont être en mesure d'être vues par l'instrument simulé.

Une étoile qui est visible, en pratique c'est une étoile qui :

- est dans le champ de vision de l'instrument simulé
- est constituée de pixels dont la valeur est supérieure au seuil de perception pix_{min} du public lorsqu'elle est projetée sur l'écran du planétarium

Considérons seulement les étoiles présentes dans le champ de vision. Une étoile doit être considérée comme visible si la somme des valeurs de ses pixels dans au moins l'un des canaux de couleur, et donc au moins l'un des filtres, est supérieure à pix_{min} . Trois éléments de nature différentes dans la simulation contribuent à la valeur des pixels dans les trois canaux :

- Le choix des filtres que l'on associe aux trois canaux de l'image : cela va déterminer quels objets on peut voir selon leur nature physique.
- Les temps de pose utilisés dans les trois filtres, qui sont en pratique des coefficients multiplicateurs appliqués aux flux lumineux reçus. Cela va directement faire monter plus ou moins les valeurs des pixels dans les trois canaux.
- L'extinction sur la ligne de visée. On utilise la valeur intégrée dans la bande de longueur d'onde de chacun des filtres. C'est un facteur que l'on applique à la luminosité de la source ou au flux lumineux reçu (le premier choix n'est pas physique, mais sur l'écran le résultat est le même). Ce troisième effet va faire baisser la valeur des pixels, et la baisse sera d'autant plus importante

dans les filtres centré sur de petites longueurs d'ondes. Il y aura donc une baisse différente dans chacun des canaux de couleur.

Ce que l'on veut c'est savoir à l'avance quelles sont les étoiles qui ne sont pas visible, pour éviter de procéder à leur tirage, et ainsi gagner en temps de calcul.

Pour ce qui est de l'extinction : c'est quelque chose que l'on ne peut pas savoir à l'avance. Il faut avoir mis en mémoire toutes les luminosités des objets que l'on va afficher, pour pouvoir tracer les rayons. Et c'est en traçant les rayons qu'on peut connaître la masse de gaz présente sur la ligne de visée, et donc l'extinction à appliquer à ces luminosités. On ne peut donc pas savoir à l'avance quelles étoiles l'extinction va éteindre. Il faudra retirer les étoiles invisibles de la mémoire vive une fois l'extinction calculée.

Pour ce qui est des temps de pose : s'ils sont fixés à l'avance, on peut faire le tirage des étoiles qu'ils rendent visibles en évitant les autres. Mais lorsqu'on va vouloir changer le temps de pose en tant réel, il faudra tirer les étoiles manquantes ou à l'inverse retirer les étoiles qui deviennent invisibles.

Pour ce qui est du choix des filtres : C'est le problème en amont des temps de pose : s'ils sont fixés au départ, on peut restreindre la zone sur laquelle on tire les étoiles dans le diagramme isochrone selon les types d'étoiles qu'ils rendent visibles, ainsi on peut écarter à l'avance les étoiles inutiles à simuler. Si les filtres sont changés en temps réels, alors il faudra tirer les étoiles manquantes ou écarter celles qui sont rendues invisibles par le changement de filtres.

Ces deux derniers points, qui permettent, s'ils sont fixés au départ, de savoir à l'avance quels types d'étoiles on doit tirer, doivent être pris en un seul morceau : "Quel est le flux lumineux minimum F_{min} reçu d'une étoile, en l'absence d'extinction, qui se traduit par une étoile visible sur l'écran, compte tenu des filtres utilisés et des coefficients multiplicateurs apportés par les temps de pose?"

La réponse à cette question dépend de la conversion entre le flux lumineux reçu (énergie reçue par seconde et par mètre carré de capteur) et la valeur d'un pixel, autrement dit la sensibilité du capteur de l'instrument simulé. Le temps de pose peut alors être mesuré en secondes. Cela dépend aussi du contraste offert sur les images par le projecteur du planétarium.

Une fois qu'on a répondu à cette question, autrement dit une fois qu'on a défini F_{min} , on peut définir la luminosité minimum que doit avoir la source lumineuse, ici l'étoile, pour être visible à l'écran :

$$L_{min} = 4\pi D^2 F_{min} \quad (27)$$

Outre F_{min} , elle dépend de D qui est la distance de l'observateur à l'étoile. Or, bien que dans cette explication, on s'intéresse à une étoile isolée, le tirage d'étoiles se fait à partir de lois statistiques et d'un grand nombre d'étoiles. C'est ce tirage que L_{min} va contraindre. Or, toutes les étoiles que l'on va devoir afficher ne sont pas toutes à la même distance. On va donc avoir deux cas :

1) $D \gg R_T$ On est suffisamment près de l'amas pour ne pas le percevoir comme une source ponctuelle, mais suffisamment loin pour pouvoir considérer que toutes ses étoiles sont à la même distance D . On peut alors appliquer directement la contrainte L_{min} au diagramme isochrone avant de tirer les étoiles.

2) $D \lesssim R_T$ On est trop près de l'amas pour pouvoir considérer que toutes les étoiles de l'amas sont à la même distance. On ne peut alors pas appliquer de contrainte au diagramme isochrone avant de tirer les étoiles.

0.16.3 Contrainte sur le diagramme isochrone

Il faut appliquer la contrainte en luminosité sur le diagramme isochrone afin de ne tirer que des étoiles visibles :

1) Il faut construire une carte de luminosité pour chaque filtre utilisé par le logiciel, avec la même résolution et les mêmes axes que les diagrammes isochrone, chaque case donnant la luminosité d'une étoile d'un type spectral donné dans le filtre. Soit L_{f_1} , L_{f_2} , L_{f_3} les luminosités dans les trois filtres.

2) Repérer les cases où au moins la luminosité dans l'un des trois filtres est supérieure à L_{min} .

3) Découper 3 cartes de luminosité ne comprenant que les cases triées en **2)**. Il peut y avoir des trous dans les cartes résultantes. Repérer les valeurs minimum et maximum de $\log_{10}(L_{\odot})$, et $\log_{10}(Te)$: $\log(L_{bol})_{min}$, $\log(L_{bol})_{max}$, $\log(Te_{min})$ et $\log(Te_{max})$. Découper cette carte réduite également dans toutes les autres cartes de paramètres dont on aura besoin (masse, rayon stellaire ...), et surtout dans le diagramme isochrone.

4) Calculer le nombre effectif N_{eff} d'étoiles dont les caractéristiques les placent dans cette nouvelle carte.

$$N_{eff} = N_{ini} \times \sum_{j=0}^{nb_{cases}} iso_j \quad (28)$$

N_{ini} est le nombre total initial d'étoiles de l'amas donné par le catalogue d'amas, j est l'indice de la case iso_j de la carte découpée dans le diagramme isochrone, et nb_{cases} est le nombre de cases non-vides de cette même carte.

On a maintenant toutes les informations nécessaires au tirage des étoiles d'un amas.

0.17 Amas sans ségrégation de masse

0.17.1 Tirage des positions et paramètres intrinsèques

Plaçons-nous dans le cas où $D \gg R_T$. Le cas $D \lesssim R_T$ est beaucoup plus complexe, et on le verra dans un second temps.

La valeur maximale de r est R_T (donné dans les fichiers de catalogue). La valeur maximale dN_{max} de la loi de Plummer dN est en $r=0$ (voir *équation (22)*). Le catalogue d'amas ouverts donne le nombre initial d'étoiles N_{ini} de l'amas. Pour avoir le nombre d'étoiles en vie à un âge a donné, N_{act} , il faut faire le calcul que l'on a vu dans la partie précédente (voir *équation (2)*). On a alors le nombre actuel d'étoiles de l'amas. Comme l'amas est suffisamment éloigné pour que l'on puisse considérer que toutes les étoiles sont à la même distance, il faut calculer N_{act} à partir de N_{eff} sur un diagramme isochrone réduit (afin d'éviter de tirer des étoiles invisibles).

Soient dN_{iso} une variable représentant les valeurs de la petite carte découpée dans le diagramme isochrone (correspondant à l'âge de l'amas et sa métallicité), $\log(L_{bol})$, les valeurs de luminosité (bolométrique, en log décimal, et en L_{\odot}), et $\log(Te)$ les valeurs de température (en log décimal).

L'algorithme de tirs aléatoires d'étoiles peut s'écrire comme suit :

```

i = 0
while i < N_act :
    U = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et 1
    dn = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et dN_max
    R = R_T * U1/3
    dN_tmp = valeur de dN pour le rayon R
    if dn <= dN_tmp :
        j = 0
        while j < 1 :
            log(l_bol) = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme
                entre log(L_bol)_min et log(L_bol)_max.
            log(te) = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme
                entre log(Te_min) et log(Te_max).
            dn_iso = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et dN_iso_max.
            dN_iso_tmp = valeur de dN_iso pour le couple (log(L_bol), log(Te)) le plus proche de (log(l_bol), log(te))
                dans le diagramme isochrone.
            if dn_iso <= dN_iso_tmp :
                On retient les valeurs log(l_bol) et log(te).
                On lit le spectre Spec correspondant dans le cube de spectres correspondant.
                On calcule à partir du spectre, de la distance étoile-observateur, et des filtres et des temps
                de pose choisis la magnitude apparente de l'étoile dans les trois couleurs : m_r, m_g et m_b.
            if m_r < m_lim & m_g < m_lim & m_b < m_lim :
                Si les magnitudes sont plus petite que la limite de visibilité, on affiche l'étoile.

```

On retient également les valeurs des autres paramètres donnés par le modèle pour le couple $(\log(L_{bol}), \log(Te))$.
 S = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre -1 et 1
 $C = R \times \sqrt{1 - S^2}$
 Φ = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre $-\pi$ et π
 $x[i] = C \times \cos \Phi$ position x de l'amas
 $y[i] = C \times \sin \Phi$ position y de l'amas
 $z[i] = R \times S$ position z de l'amas
 $j+ = 1$
 $i+ = 1$

On tire d'abord une valeur de R suivant une loi uniforme entre 0 et R_{max} afin de respecter la distribution $dN(r)$ (les rayons ne sont pas tirés uniformément dans la sphère. Si on avait voulu faire ça, il aurait fallu tirer une valeur de \sqrt{R} entre 0 et 1 , mettre au carré puis multiplier par R_{max}).

Si la valeur dn tirée est inférieure à la valeur de la distribution dN pour $r = R$, alors le couple (R, dn) respecte la distribution, et on retient cette étoile.

Il faut enfin tirer une position pour cette étoile dans les deux autres dimensions. L'amas est sphérique donc il faut tirer des angles de façon uniforme sur une sphère de rayon R . Mais comme un élément de surface de sphère est $\cos \theta d\theta d\phi$, on ne peut pas simplement tirer uniformément les deux angles entre 0 et 2π et entre $-\pi$ et π . Il faut tirer uniformément $S = \sin \theta$ entre -1 et 1 et ϕ entre $-\pi$ et π (<http://www.afapl.asso.fr/Tiralea.htm>).

Attention : Le $i+ = 1$ doit être dans le **if**, afin que si le test n'est pas passé, une nouvelle étoile soit tirée, car il faut $nb_{etoiles}$.

0.17.2 Méthode pour une portion d'amas ($D \lesssim R_T$)

Supposons que l'on veuille simuler les étoiles d'un amas pour une portion d'amas limitée en r , entre R_1 et R_2 , en θ entre θ_1 et θ_2 , et en ϕ entre ϕ_1 et ϕ_2 . Il faut :

1) Intégrer $dN(r)$ entre R_1 et R_2 pour calculer le nombre d'étoiles présentes dans le champ de vision N_{field} :

$$N_{field} = \int_{R_1}^{R_2} dN(r) dr = \frac{4\pi}{m_{classe}} \int_{R_1}^{R_2} r^2 \rho(r) dr \quad (29)$$

2) Calculer N_{eff} puis N_{act} à partir de ce N_{field} au lieu de N_{ini}

3) Prendre $R_{min} = R_1$, $R_{max} = R_2$ et $dN_{max} = dN(R_1)$ dans l'algorithme.

0.17.3 Tirage des vitesses individuelles

Connaissant la distance r de toutes les étoiles tirées au centre de l'amas, on peut tirer pour chacune une vitesse v . Soient v la variable temporaire représentant la vitesse de l'étoile i , et V_{free} la vitesse de libération de l'amas, i.e. la vitesse maximale d'une étoile dans l'amas. La vitesse V_{free} est la vitesse d'une étoile de l'amas qui a pour énergie totale $E = 0$, et donc dans le modèle de Plummer elle s'écrit :

$$V_{free} = \sqrt{\frac{2GM_{amas}}{R_c}} \times \left(1 + \frac{r^2}{R_c^2}\right)^{-1} \quad (30)$$

Soient f la variable temporaire contenant la valeur de la loi de distribution de vitesse $F(v)$ tirée pour l'étoile i , et F_{max} la valeur maximale de la loi $F(v)$, pour r fixé. $F_{max} = F(V_{free})$. Soit enfin F_{tmp} la valeur de la fonction $F(v)$ calculée pour la vitesse v tirée. L'algorithme de tirs aléatoires de vitesses peut s'écrire comme suit :

```
 $i = 0$ 
while  $i < N_{act}$  :
```

v = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et V_{free}
 f = valeur tirée aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et F_{max}
 F_{tmp} = valeur de F pour la vitesse v et le rayon $r[i]$
if $f \leq F_{tmp}$:
 On retient la vitesse v pour l'étoile i
 $v_x =, v_y =, v_z =$ valeurs tirées aléatoirement selon une distribution uniforme
 de façon à ce que $v_x + v_y + v_z = v$.
 $i+=1$

0.18 Amas avec ségrégation de masse

0.18.1 Loi de Plummer avec ségrégation de masse

Il n'existe pas de loi de Plummer prenant en compte la ségrégation de masse. Une façon de faire peu rigoureuse mais suffisamment réaliste pour VERTIGE consiste à ajuster la densité volumique $\rho(r)$ donnée par une loi de Plummer sur celle donnée par la loi de King, pour une classe de masse d'étoiles, à partir des données d'un amas simulé avec la loi de King. J'ai utilisé pour cela les amas simulés par Paola DiMatteo l'an passé. Il y en avait 4, ayant les paramètres suivants :

R_c pc	c	M_{amas} M_\odot
3	0.3	250
3	0.3	2000
3	0.8	250
3	0.8	2000

Ces deux valeurs de concentration centrale c sont aussi les deux valeurs données aux amas ouverts du catalogue (voir **partie II**). Chaque amas possède 39 classes de masse, contenant des étoiles de 0.1 à 19.6 M_\odot par pas de 0.5 M_\odot . J'ai écrit un programme pour ajuster la fonction suivante sur la loi de densité $\rho(r, c_m)_{king}$ pour chaque classe de masse c_m :

$$\rho(r) = \left(1 + a \times \frac{r^2}{R_c^2}\right)^{-5/2} \times b \quad (31)$$

Le résultat de cet ajustement montre que le paramètre a , à classe de masse fixée, ne varie pas significativement en fonction de c et M_{amas} . Egalement, le paramètre b , à classe de masse fixée, ne varie pas significativement en fonction de c . Le paramètre b varie par contre proportionnellement en fonction de la masse totale de l'amas.

J'ai donc gardé les paramètres a et b calculés pour le quatrième amas du tableau précédent, et nous les utiliseront pour tous les amas, en multipliant cependant b par le rapport $M_{amas}/2000$.

Regardons maintenant la variation de a et b selon la classe de masse à masse totale fixée. J'ai pu ajuster une droite à a_{c_m} , et un \log_{10} (polynôme) à b_{c_m} . Ceci afin de pouvoir travailler avec une fonction en temps réel plutôt qu'un tableau de données. La *figure 1* montre l'évolution des deux paramètres avec la classe de masse en rouge, et les ajustements en vert.

L'équation de la droite ajustée au paramètre a est :

$$a = 3.24 \times c_m \quad (32)$$

La fonction ajustée au paramètre b est :

$$b = 3.8418 \times \log_{10}(-139.8120c_m^3 + 9402.7268c_m^2 - 6999.0625c_m + 43.0286) \quad (33)$$

Pour chaque classe de masse c_m , ($c_m \in [0 : Nb_{c_m}]$, Nb_{c_m} étant le nombre de classes de masse) contenant les étoiles de masse m , il va donc falloir tirer les étoiles selon la loi :

$$dN(r, c_m, M_{amas}) = 4\pi r^2 dr \rho(r, c_m, M_{amas}) \times \frac{1}{m} \quad (34)$$

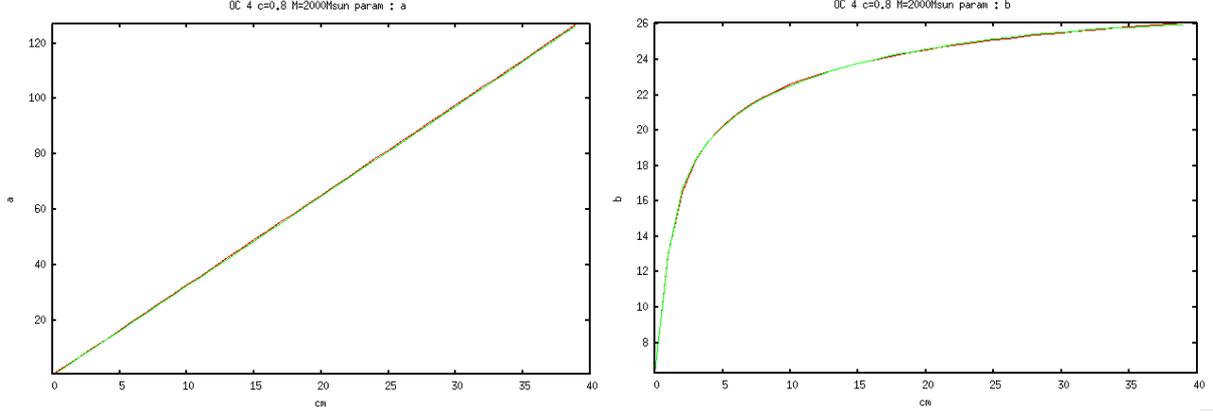


FIGURE 1 –

Avec :

$$\rho(r, c_m, M_{amas}) = \left(1 + 3.24 \times c_m \times \frac{r^2}{R_c^2} \right)^{-5/2} \times b(c_m, M_{amas}) \quad (35)$$

où $b(c_m, M_{amas})$ est :

$$b(c_m, M_{amas}) = (3.8418 \times \log_{10}(-139.8120c_m^3 + 9402.7268c_m^2 - 6999.0625c_m + 43.0286)) \times \frac{M_{amas}}{2000} \quad (36)$$

Le facteur $\frac{3M_{amas}}{4\pi R_c^3}$ introduit à l'équation (19) est contenu dans $b(c_m, M_{amas})$.

0.18.2 Tirage d'étoiles

Plaçons-nous dans le cas où $D \gg R_T$. Il faut comme pour un amas sans ségrégation de masse calculer N_{eff} à partir de N_{ini} en restreignant les cases du diagramme à celles correspondant aux étoiles visibles. En outre, dans la sélection de ces cases, il faut ajouter une contrainte supplémentaire : ne prendre que les cases correspondant à la masse des étoiles de la classe de masse considérée, dans la carte de masse.

Enfin, on doit calculer N_{act} à partir de N_{eff} et du diagramme isochrone de l'âge de l'amas pour prendre en compte l'âge de l'amas.

On doit définir les mêmes classes de masse que dans les simulations de référence : 39 classes de masse, correspondant à des masses de 0.1 à 19.6 M_\odot par pas de 0.5 M_\odot . Mais il faut vérifier que ces masses d'étoiles existant à l'âge de l'amas considéré. On utilise pour cela les fichiers '/Simulation_amas/RTIGE_2011_massmax_z#.dat'. Il sont donnés pour chaque métallicité présente dans la simulation, et indiquent pour chaque âge d'amas la masse maximum des étoiles qui existent (les autres sont devenues des trous noirs, étoiles à neutrons ou naines blanches).

L'algorithme à utiliser est alors identique à celui utilisé pour un amas sans ségrégation de masse, à ces différences près qu'il faut calculer N_{act} différemment et qu'il faut renouveler l'opération pour chaque classe de masse.